フラスケムパーの指數理論

AUTHOR(S):
内海, 庫一郎

CITATION:
内海, 庫一郎. フラスケムパーの指數理論. 經濟論叢 1938, 47(3): 423-437

ISSUE DATE:
1938-09-01

URL:
https://doi.org/10.14989/131142

京都帝國大學經濟學會

經濟論叢

第四十七卷 第三號

昭和十三年九月一日發行

經濟論叢 毎月一日發行
第四十七卷第三號 昭和十三年九月一日發行
大正四年六月二十一日第三種郵便物認可

フラスケムパーの指數理論

内海庫一郎

その著「指數の理論—統計的比較の論理のための一寄與」[1][2]を中心に、其の他の文獻をも參照し乍ら、フラスケムパーの指數問題に關する所說の要點を述べる事が本稿の課題である。

一

まづ「指數の理論」に於ける問題の提起、限定並びに問題解決の方法をフラスケムパー自身に聞かう。

「本書の課題は指數の樣々な形態と其の理論的意味及び意義の問題を、指數問題を統計的比較の論理の特殊問題として取扱ふ事によつて、統一的に解明する事である。蓋し、指數は統計的比較の補助手段なのだからである。」

「本書においては指數の理論、又は論理のみが取扱はれ、技術的及び材料的諸問題は論じられない。此處に技術的及び材料的諸問題とは、例へば生計費指數に於ける價格表示の獲得の仕方、觀察さるべき商品の選擇、租稅支出も顧慮さるべきか否かの問題等々の謂である。著者はこれらの問題を本書から除外した。蓋し、第一にこれらの問題は從來しばしば取扱はれて居り、第二に其の解明——それがそれ自體如何に重要であらうとも——は各特別な適用領域に對して特別な仕方で遂行されねばならない。……其の事は本書の統一性を損ふであらう。總ての指數——それが如何なる事物的領域に適用されるかに係はりなく——の基礎に橫たはる論理を明らかにする事が望ましい。[3]」

此處で彼の問題解決方法の特質が特に說明を要する。彼の所謂統計的比較の論理は、彼の統計學の體系における一般統計學の主內容たる統計學の論理（一般統計方法論）の一構成分である。[4] 統計學の論理の基本的特質は所謂「數論理と事論理の並行主義」であるから、本書の問題解決方法は數・事論理・並行主義の思想の指數問題への具體

1) Paul Flaskämper, Theorie der Indexzahlen. Beitrag zur Logik des statistischen Vergleich. (Berlin u. Leipzig. 1928).
2) 木村喜一郎、物價指數に關する一論(經濟論叢 29の3)寺尾琢磨、指數の性質に關するフラスケムパーの所論(三田學會雜誌 23の7)參照。
3) P. Flaskämper, a. a. O., Vorwort VI.
4) P. Flaskämper, Statistik. Teil I. (Meyer's Wörterbücher. 9. Bd.)

化として特質付けられ得るであらう。すなはち、數・事論理並行主義とは「總ての統計學において使用される計算手續きは事物的—直觀的意味を持たなければならない。而して總ての個々の場合において、其の意味が問題設定の意味に適應する手續きが擇ばれなければならない。それ故に各々の狀態に對して嚴密に云つて唯だ一つの手續き（例へば唯一つの平均値）が存在し、又は多數の手續きが相並んで有意味な仕方で適用され得る場合には其れらは常に相異る意味を持つ」事の要請として定義されるのであるが、以下においては數論理的概念（此處に數論理的概念とは數學から由來し、數學の領域において特定の論理的意味を持つ概念の謂であつて、それが統計學に移入されたる場合には數的結果の表示に役立つ概念となる。）たる比率（商、百分率）及び平均の多樣なる計算可能性を事論理概念（固有の數的方法即ち數理的方法と共に全統計的工作を誘導し、又は誘導すべき一切の討究）、特に「數的關係の事物的意味を我々に對して明晰すべき概念」たるところの同種性の概念、統計的比較の論理の基礎概念（構造的差異を除却せる比較、非除却比較、比較基準等々の概念）等々に適應せしめる事が問題なのである。

か〻る問題解決の方法は專ら數論理に終始するフイツシヤー[5]に對し、またフイツシヤー以後の指數の經濟學的意味（算定目的）の反省の傾向（ハーバラー[6]、ケインズ[7]）に對しての此の書の特異性をなすところのものである。

此の問題解決方法によつて、フラスケムパーは諸指數算式の意味を規定するの外、なほ指數の形式的吟味の問題、比率の平均と平均の比率の問題等の一連の指數理論の傳統的諸問題を論じてゐるが、以下次の三ケの問題を擇び出して彼の所說をみる事とする。

（一）統計的比較の論理、（二）指數算式の論理的意味、（三）平均の變動と平均的變動の概念的矛盾、

5) Irving Fisher, The Making of Indexnumbers. A study of their varieties, tests and reliability. second edition revised (Boston and New York. 1923.)
6) O. Haberler, Der Sinn der Indexzahlen. (Tübingen. 1927.)
7) J. M. Keynes, A Treatise on Money (London 1930.)

統計的比較の論理と指數が一般に如何なる關係にあるものかを考察し、爾後の問題の展開に必要な限りにおいて統計的比較の論理の內容を瞭らかにする事が以下の課題である。

二

指數はフラスケムパーにおいては比率の一種である。簡單なる數論理的概念である比率(商、百分率)は計量さるべき大量の種々なる論理的關係可能性を標準として次の如く分類せられる。

「比率の任務は相異る大量の間の關係を直觀可能ならしめるにある。[1] もしも相互に關係に置かるべき大量が Subordination 又は Unterordnung の關係にあるならば、構成數と云はれ、それが Koordination 又は gleichordnung の關係にあり、且つ同時に fremdartig したがつて事物的に親近ならざるものであるならば關係數と云はれる。もしもそれが Koordination の關係にあり、且つ同種であるならば指數と云はれる。[2]」則ち「指數は同種、同位の大いさを相互に比較する比率である。[3]」

指數と云ふ數的表現を如何に觀念するかに就いては諸家の見解の一致せざるところであり、フラスケムパーは指數を上述の如く規定するが故に—後述する如く—指數問題解決の鍵を統計的比較の論理に見出してゐるのであるが、今、念のために指數の概念規定に就いての對立的見解の若干をあげておくと、(一)指數の概念規定に付き一論文を物し[4]、從來の指數概念を四タイプに區別したワイゲルは指數が價額の總和たる基數(絕對數)であると主張しており、フラスケムパーの所說とは比率たると然らざるとの點で特に對立的であり、(二)またコンラードの「國家學辭典」におけるモルゲンロートの指數は比率一般なりとする見解[5]はフラスケムパーのそれと比率の事論理的概念による區別を行ふと否とによつて異る。(三)更にフイツシヤーは指數を價格比率の平均と定義する事[6]によつて價格比率(單純指數、個別指數)そのものをも指數にふくましめるフラスケムパーと對立する。

1) Vgl. F. Žižek, Grundriss der Statistik. S. 132–3.
2) P. Flaskämper, Statistik. Teil I. S. IX.
3) P. Flaskämper, a. a. O., Einleitung.
4) P. Weigel, Indexziffern (Jahrb. f. Nat. u. Stat., 117. Bd.) S. 179–133.
5) W. Morgenroth, Indexziffern (Handwörterbuch der Staastwissenschaften, Vierte Auflage. 5. Bd.) S. 393.

フラスケムパーに於ては指數の理論的諸問題は統計的比較の論理の特殊問題として取扱はれる。かゝる取扱ひが許されるのは―前掲の引用文にも記されてあるやうに―指數が統計的比較の補助手段であると見なされるからであるが、然らば統計的比較とは何か？統計的比較とは同種の大いさの量的差異の數字的形態を以てする確定の謂である。此の確定は絶對的差異の形でもなされ得るし、相對的差異の形でもなされ得る。指數は構成數と共に後者の形での確定に役立つ比率なのである。これが指數が―比較の目的のために構成された平均値、圖表、表によつて示めされた數字材料と共に（ヂーヂェク）―統計的比較の補助手段と云はれる所以である。

指數が統計的比較の補助手段たる限り、指數は統計的比較の論理―ヂーヂェクの言葉を以つてすれば、統計的比較遂行の正當なる手續きの規則―に從ふものでなければならない。然らば統計的比較の論理一般は如何內容のものなのか？

ヂーヂェクはその稿「統計的比較」[7]において、一般的比較目的（特定の問題設定から出發し、特定の數値の比較によつて滿足される Informations-Interesse）を前提し、比較の方法的遂行の五つの契機として三要素、即ち（一）比較對象＝比較標準、（二）比較される群＝大量、（三）比較結果、及び二前提、則ち（一）形式的比較可能性、（二）相異る規模における不完全な調査のための比較不可能性なき事、をあげるが、フラスケムパーは比較の論理における、指數問題展開の出發點となる「根本的なもの」として、特に比較の前提としての同種性（比較可能性）と比較結果を問題にし、比較標準の相違について關說する。

比較の前提としての同種性とは比較される二つの大いさが同一の上位概念に從屬する差別と同一の混合物であ

Vgl. Derselbe, „P. Flaskämper, Theorie der Indexzahlen" (Deutsches Statistisches Zentralblatt. 21. Bd.) S. 65.

6) I. Fisher, The Making of Indexnumbers. p.3.
Vgl. P. Flaskämper, a. a. O., S. 190.

7) F. Žižek, Der statistische Vergleich. (Allg. Stat. Archiv. 21. Bd.) S. 525–550.

る事、[8] 而も、比較される一方向においてのみ差別付けられてゐる事を意味する。統計數の同種性は所謂四概念（調査單位、調査標識、群、表示）の一致によつて與へられるのであるが、其の際、比較される大いさは比較される方向の標識においてだけ相違してゐなければならない。ヂーヂェクは云ふ「比較可能な數は總ての方法論的に特定な概念に關して一致せねばならない。但し、其れらを差別付けるところの時間的、場所的、又は事物的標識を除いて。」[9]

もしも、比較される大いさが「其れらを差別付ける標識」以外の點で異つてゐるならば、それに同種性を附與するために比較阻外因子の除却がなされねばならない。此の事から、後述する「除却を伴ふ比較」または「構造的差異を除却せる比較」の問題が出發する。

一方、比較可能性の有無は比較觀點、比較目的に依存する。したがつて特定比較目的にとつて比較不可能な數も他の目的にとつては比較可能であり得る。此の事が、後述する「非除却比較」是認の根據となる。

比較結果については特に相對的差異の持つ諸々の性質が問題とされる。指數が相對的差異の確定に役立つ事は既述した。相對的差異とは「AはBの何倍、又は何分の一である」と云ふ形で確定される差異である。この差異は「AはBより何單位大又は小である。」といふ絕對的差異と次の諸點において異る。

第一に二つの大いさの絕對的差異には正負を無視したならば、唯一つの値しかないのに對し、相對的差異の場合には何れの大いさを比較標準にするかによつて二つの値が生ずる。然し、二つの値は相互に逆數の關係にある。なほ、比較標準を此の意味に解するならば、ヂーヂェクの所謂比較標準の相違による外見的矛盾が[10]何ら比較標準

8) P. Flaskämper, Das Problem der „Gleichartigkeit" in der Statistik. (Allg. Stat. Archiv. 19. Bd.) S. 207.

9) F. Žižek, Fünf Hauptprobleme der statistischen Methodenlehre. S. 23. Vgl. Derselbe, Wie statistische Zahlen entstehen. S. 92. 有田正三、大量觀察法に關する一著作（經濟論叢、46の3）。145–151頁。

10) F. Žižek, „Grundriss" S. 137–140. Derselbe, „Fünf Hauptprobleme" S.

の問題ではない事は瞭らかである。比較標準が如何なるものであらうとも、大いさ相互の割合關係、列序には變化はない。所謂比較標準の相違において問題となつてゐる事柄は同一現象の別箇の側面の測度なのである。此の事が後述の「理想算式」否認の根據となる。フラスケムパーは以上の相對的差異の諸性質から指數の「基本的性格」なるものを導き出し、その性格の集合指數への具體化として形式的吟味の問題を取扱ふ。

第二に絶對的差異にとつての單位としては數的單位またはその數倍が採られるのに對し、相對的差異にとつての單位としては二つの大いさの間の關係、例へば1:2が採られねばならない。かゝる單位において變化する相對的差異においては二から四への變化は四から八への變化と等しい規模の「變動の歩み」なのである。此の事は同時に平均的變動の場合の幾何平均論の理由付けとなる。

三

此處では集合指數の算式の問題を取扱ふ。[1] 集合指數とは複合的統計的大いさの比較のために構成される指數の謂である。斯かる大いさの比較が、大いさそのもの丶性質により、特定の算式で表現される、その算式を發見する事、換言すれば、如何なる算式が如何なる意味において正當であるかを規定する事が此處での問題である。

一つの統計的現象が單一なる統計的大いさによつて特徴付け得られるものである限り、その比較のために構成される算式には何の困難もない。それに付いて問題となるのは比較される大いさが如何なる意味で同種であるか(指數の實質的規定因子＝時間的比較の場合、一、場所的規定、二、狹義の事物的規定)及び、その基準が如何なる形態をとり、また系列全體の時間的特徴が如何にあるか(二つの形式的規定因子)だけであつて、[2] 算式自體は單純指數又は個別指

42-53. Derselbe, Der statistische Vergleich. S. 525-530.
1) P. Flaskämper, a. a. O. S. 63-109.
2) P. Flaskämper, a. a. O. S. 47-53.

數 $\frac{p_1}{p_0}$ の形をとるに過ぎない。

統計的現象が一全系列の大いさの計算的總括の結果、得られる値によつてのみ特徴付け得る場合には困難である。此の場合には事物論理的意味を持つ總括方法のあり得べき場合に照應した算式が構成されなければならない。もつとも此の性質の統計的現象と前の性質のそれとの區別は全く形式的なものであつて、統計の取扱ふ一切の現象は本來複合的性質のもので、區別は特徴付けの仕方の相違だけなのであるから、集合指數は個別指數から區別された、特別の論理的構成のものなのではなく、就中、前述の論理的規定因子から算式が一義的に與へられる點は變りはない。

統計的表示の基礎的形態たる絕對數はその表す量の性質の區別によつて、二つ又は三つの型に區別される。[3] 第一は觀察される現象の範圍を示す數であつて、これを外延的大いさと云ひ、外延的大いさは連續量[4]でも、不連續量でもあり得る。第二は現象の性質又は性質の程度を測つた數であつて、これを內包的大いさと云ひ、內包的大いさは必ず連續量である。前者に當るものは數量等であり、後者に當るものは價格、賃銀等である。如上二つの主要形態に對して第三の混合形態をなすものは、その大いさが先づ外延的大いさであつて、その構成分が更に內包的大いさと外延的大いさより成るものであつて、價額の如きがそれである。

多數の外延的大いさの總括の代表的な仕方は總和であつて、此の際、平均も亦常に可能であるが、從屬的意義を有するに過ぎない、故に此の複合的現象を總和的性格の複合的統計的現象と云ふ。總和的複合現象はその特定時點における大いさが總和によつて特徴付けられるのであるから、その二時點間の比較は總指數の形をとる、す

3) P. Flaskämper, a. a. O. S. 43-45.
4) P. Flaskämper, Beitrag zu einer Theorie der statistischen Massen (Allgemeines Statistisches Archiv, 17. Band, 1928) S. 539.
蜷川虎三、大量に就いて(統計學研究第一卷) 125頁以下參照。

なはち$\frac{\Sigma q_1}{\Sigma q_0}$である。

次に、多數の內包的大いさの總括の唯一の可能な形態は平均構成なのであるから、此の種の現象を平均的性格の複合的統計的現象（大いさ）と云ふ。此の場合の平均は、構成部分たる個々の値が靜態的大いさであり、しかも、それから、全個別値の値から影響される平均が計算されねばならぬことを理由として算術平均が採られねばならないとされ、更に內包的大いさが外延的大いさから離れては存在し得ず、[5]かつ、平均の高さは個々の構成分の高さによつて規定されるばかりでなく、かへつて、個々の構成分が總現象に參與する規模によつても亦規定されるのであると云ふことを理由として、本源的單位への還元の意味での重みを採る必要が主張されるのであるから、平均的性格の複合的統計的大いさとは―フラスケムパーにおいては―基礎たる系列の個別値からの本源的單位の數（數量）で重みをつけた算術平均によつて得られる大いさの謂である。かゝる大いさはまた水準ともよばれる。したがつて水準の測度として單純平均を採る事はたゞ代用法としてしか正當視し得られない。此の平均的性格の複合的統計的大いさの比較、卽ち水準の變動は、其れ故に$\dfrac{\Sigma a_1\alpha_1}{\Sigma a_1} \Big/ \dfrac{\Sigma a_0\alpha_0}{\Sigma a_0}$（但し a は外延的大いさ、α は內包的大いさ）によつて表現される。最後に、前述の第三形態の大いさの比較は$\frac{\Sigma a_1\alpha_1}{\Sigma a_0\alpha_0}$によつて表はされる。

これまで我々は比較される大いさ自身の性質からの算式の規定を問題にし、その比較目的との關係を一應無視して來た。比較目的を考慮するならば問題は一層複雜化する。如上の第二、第三形態の複合的大いさの比較にあたつて、我々はその大いさが二つの原因合成（內包的大いさと外延的大いさ）によつて規定される事を認めて來たが、もしも我々が兩原因合成の一方だけの變動に興味を有するならば、我々は兩原因合成の他の一方の差異を除却し

5) P. Flaskämper, a. a. O., S. 134.

た比較を行なはなければならない。

指數の問題を所謂除却＝消去方法の應用の場合として把握したのはヂニであつた。ヂニは云ふ。「ひとは全く一般的に價格指數の構成が常に次の二つの目的のいづれかを追ふと云ひ得るであらう。卽ち、(a)ひとは特定諸財貨の價格の變動を其の數量の變動から獨立に測らうとするか、又は(b)ひとは數量の變動を價格の變動から獨立に測り得る手段を提供しやうとする。……もしも我々が問題の解決に必要な總ての材料を處理するならば、問題は我々が二群の因子（價格と數量）の結果として觀察し得るnなる大いさに對してゐるのを見出すといふ仕方で提起される。我々は兩群の因子の影響を、一つの群の變動が結果たる大いさに及ぼす作用を除却し、かくして直接に他の群の作用を瞭らかにし、またそれによつて間接に第一群の變動に還元される作用を瞭らかにする事によつて分離しやうと欲する。我々は此の目的のために數量が不變であり、價格のみが變化したとの假定の下に、如何にnなる大いさが形成されるかを計算しなければならない。」またはその逆である。[6]

フラスケムパーはヂニの此の見解を採用し、價格の比較における數量的差異の除却が數量の不變の假定の下における價額變動の計算によつてなされる事を認めるのであるが、價格的差異を除却せる數量の比較が價額の比較による必要を認めない。蓋し、數量は價格とは無關係にそれ自身として計算し得る大いさだからと云ふのである。

數量的差異の除却は兩時點の數量的組成を同一と假定することによつてなされ得るのであるが、これには三ケの主要形態がある。第一は兩時點の數量的組成として基準時點の數量を採る事、此の場合には比較は―平均、總和何れの場合でも―$\frac{\Sigma a_0 q_1}{\Sigma a_0 q_0}$（ラスパイレス式）[7]の形態を採るであらう。第二は比較時點の數量的組成を採る事、此の

6) Gini, Quelques considérations au sujet de la construction des nombres indices des prix et des questions analogues. (Metron. IV. Band. Nr. 1) S. 5–6.

7) E. Laspeyres, Hamburger Warenpreise 1851–1863 u. die Kalifornisch-australischer Goldentdeckungen seit 1848 (Jahrb. f. Nat. u. Stat., 3. Bd. 1864) S. 81.

場合には、比較は $\frac{\Sigma a_1 a_1}{\Sigma a_1 a_0}$（パーシュ式）[8] の形態を採るであらう。第三は基準、比較時點の何れとも一致しない、標準的又は擬制的な數量的組成を採ること、此の場合には比較は $\frac{\Sigma(a)a_1}{\Sigma(a)a_0}$（ローブ式）[9] の形態を採るであらう。最後のものは(a)を如何に定めるかによつて無數の形態があり得る。

此の三算式はそれ〴〵比較阻外因子の除却のあり得べき形態を表す限り、何れも正當である。然し、それらが何れも擬制的な値を使用して計算を行ふ限り、現實とは常に乖離する。その結果は現實には決して起らないところの、過程の一構成部分の變動の規模を計算し得せしめるものなのである。しかも、三算式は各々過程の別箇の側面を測る。具體的な場合にあたつて何れの算式を適用すべきかは具體的な比較目的が之を決定すべきである。また、それらが各々別箇の側面の測度たる限り、フイツシャーの爲した如く、L・P式を交叉せしめて一ケの算式を作り出す事は論理的意味を缺くものと云はなければならない。それは最早同種の量の比較ではなくて各別箇の比較からの無意味な平均である。[10] 然し一方、重みの交叉はローブ式の一つの場合として是認せられ得るであらう。蓋し、それは「比較の大いさ」だからである。

以上、特定比較目的から出發する「構造的差異を除却せる比較」を取扱つて來たが、比較される諸量のうちには正にかゝる除却比較の形でのみ、その水準の高さの變動を相互に比較し得るものゝある事を注意しなければならない。相異る商品の價格水準は諸商品が共通なる數量單位に還元し得ないが故に[11] それからの平均、水準の計算は不可能であるが、兩時點の數量的組成を同一と假定すれば、平均を總和によつて代置することによつて、水準自體を計算する事なしに水準の變動を計算し得る。

8) H. Paasche, Über die Preisentwicklung der letzten Jahre nach den Hamburger Börsennotierungen, (ebenda. 23. Bd. 1874.) S. 168.

9) J. Lowe, The present state of England in regard to agriculture, trade and finance, second edition, London 1823.

10) Vgl. P. Flaskämper, Der Sinn der Indexzahlen (Allg. Stat. Archiv. 18. Bd.) S. 149–159.

なほ、フイツシヤーが最善の指數算式を選擇するに當つて標準とした形式的吟味[12]に就いては、フラスケムパーは次のやうな見解である。(一)形式的吟味は嚴密に云つて無用である。蓋し、算式は比較の論理から構成さるべきもので、形式的吟味によつて選擇さるべきものではないからである。(二)形式的吟味は算式の正當性を證明するためには不充分である。蓋し、それに適合せぬ算式は不當な算式であるとしても、論理的に無意味な算式が―例へば算式の對偶式との交叉により―吟味に適合せしめられ得るのだから。(三)フイツシヤーの循環の吟味の否認[13]は誤謬である。蓋し、循環の吟味の根本思想は種々なる時點に對する個々の指數の關係の選ばれた基準時點からの獨立性を示すものであり、それは相對的差異の持つ基本的性質の一つであるからである。(四)フイツシヤーは吟味を、その論理的意味を最後まで追求する事なしに、全然圖式的に適用した。則ち、例へばL式における比較方向の轉逆は $\frac{\Sigma p_0q_0}{\Sigma p_1q_0}$ であるべきなのに、フイツシヤーはpとqの時點記號を全く非論理的に入れかへて $\frac{\Sigma p_0q_1}{\Sigma p_1q_1}$ として、その基準轉換の吟味への不適合を斷じた。(五)總ての正當に理解された吟味は我々によつて導き出された算式、就中L・P式に適用可能である。

四

此處で取扱はれる平均の變動と平均的變動の概念的矛盾の問題と云ふのは通常の指數論の用語を以てすれば複合指數が比率の平均によつて算定されるか、平均の比率によつて算定されるかの問題[1]である。此の問題はフラスケムパーによつて指數として意味を持ち得るのは平均の比率であるが、比率の平均は別樣な意味を持ち得ると答へられる。

F. Žižek, Der statistische Vergleich. (ebenda. 21. Bd.) S. 529–530.

11) F. Žižek, Die statistischen Mittelwert. S. 128 ff.

12) Vgl. L.v. Bortkiewicz, Der gegenwärtige Stand des Problems der Geldwertmessung.(Handw. d. St. 4. Aufl. 4. Bd. Jena. 1926.)

13) Cf. I. Fisher, ibid. p. 270–296. L. v. Bortkiewicz, Zweck u. Struktur einer Preisindexzahl (Nordisk Statistik Tidiskrift. 3. Bd. 1924, H. 2/3,) S. 212.

フラスケムパーはまづ次のやうに兩概念を說明する。「我々が一系列の大いさα、β、γ、…を持ち、その變動を個々別々に及び全體において追求しやうとすると假定する。その際、我々は0時點、基準時點における是等の大いさをα_0、β_0、γ_0で、1時點（比較時點）に對するものをα_1、β_1、γ_1で特徴付ける。然る時、此の大いさの0時點における平均は$\frac{\alpha_0+\beta_0+\gamma_0}{n}$、1時點に對する平均は$\frac{\alpha_1+\beta_1+\gamma_1}{n}$、平均の變動の大いさ、又は我々の云ひ得る如く、水準の變動の大いさは、その場合$\frac{\alpha_1+\beta_1+\gamma_1}{\alpha_0+\beta_0+\gamma_0}$となり、個々の大いさの變動の規模は勿論$\frac{\alpha_1}{\alpha_0}$・$\frac{\beta_1}{\beta_0}$・$\frac{\gamma_1}{\gamma_0}$となる。そして平均的變動は——少くとも多くの著者の意見では——$\frac{\frac{\alpha_1}{\alpha_0}+\frac{\beta_1}{\beta_0}+\frac{\gamma_1}{\gamma_0}}{n}$である。[2]

以下、平均の變動、平均的變動の概念規定をあたへ、且つそれが如何なる算定方法によつて算定されるものであるかを瞭らかにしやう。

第一の問題。先づ平均の變動なる概念に就いて述べるならば、統計的平均値とは「一つの統計的系列の個別値に對する集中的な數的表現であつて、その系列によつて一義的に規定され、兩極の間に横たわり、—これまでは統計的平均値の定義は平均値一般の定義と一致する。—且つ、その外に具體的で事物的に重要なる意味に適合せるもの」として定義されてゐる。然し、此處での平均は特殊なるものであつて、則ち、それはまづ「複合的統計的大いさ」の一種としての平均であり、而も「內包的統計的大いさ」を總括したるもの、「平均的性格の複合的統計的大いさ」の謂である。次ぎに變動とは時間的差異の事と規定されてゐる。從つて、平均の變動は斯かる大いさの比較（比較の大いさ）、而も相對的比較を表す。なほ、別な個所では「平均、水準の變動に對する測定數は變動の結果を表す」[3]とも述べられてゐる。此の平均の變動は平均の比率によつて算定される。

1) Cf. I. Fisher, ibid. p. 451–457. G. Haberler, a. a. O., S. 10–13.
2) P. Flaskämper, Der Sinn der Indexzahlen. Betrachtung zu Gottfried Haberler's Buch gleichen Titels. (Allg. Stat. Archiv. 18. Bd.) S. 154.
3) P. Flaskämper, Der Sinn der Indexzahlen. S. 155.
Vgl. Hermberg, Die richtige Form der Indexziffer. (Weltw. Archiv. 19. Bd.) S. 59.8

次ぎに平均的變動の概念に就いて云へば、これは「平均的な變動の强度、歩み、重さ、又は平均的變動力」を表すものとされ、特定時點における一つの複合的統計的大いさの各構成部分の變動を表すところの一體をなせる指數の中央に位する變動の位置を示すものであつて、「變動に參與した力の平均的大いさへの洞察を媒介する」意味を持つ。而してこれは比率の平均によつて算定されるものであるが、この平均的變動、比率の平均は指數ではない。蓋し、その大いさは特定時點における變動を表はすものであつて、二時點に關係する比較の大いさではないからである。然し乍ら、此の平均的變動を表す數字の系列はそれ自身、指數に轉化し得るものであつて、系列の一ケの項、例へば最初の平均的變動の大いさを一〇〇とおき、他のものをそれに照應して換算するならば、かくして得られたものは平均的變動の指數系列なのである。注意を要する點は此の平均的變動の概念(及び算定方法)が後の論文「平均の論理」において嚴密化されてゐる點で、其處で彼は系列が數學上の分布法則を見出し得ない、不規則な分布を示す場合を問題にし、[4] その場合での平均の算定目的[5]の一つとして「系列の卓越せる中位の位置」を規定する事を擧げてゐるが、これは平均からの上と下との値の關係が何らかの意味で等しくなる位置の規定の謂である。相對的大いさの系列において此の算定目的から出發して上と下への偏差が等しくなる位置を規定する場合が所謂平均的變動なのである。

第二の問題。然らば、此の二個の大いさは如何なる算定方法によつて算定されるか、平均の變動が平均の比率によつて、平均的變動が比率の平均によつて算定される事はすでに述べた。然らば如何なる種類の平均方法によるものなのであるか、此の問題に對するフラスケムパーの答は平均の變動の場合は算術平均であり、平均的變動

4) Vgl. P. Flaskämper, Das Problem der „Gleichartigkeit“ in der Statistik. (Allg. Stat. Archiv. 19. Bd.) S. 232. ff.

5) Vgl. F. Žižek, Die statistischen Mittelwert. S. 119. 及びそれと下の算定目的の關係については P. Flaskämper, Logik der st. M. の註 7.

の場合は幾何平均であると云ふのである。その理由は平均算定の基礎となる系列の性質に求められる。即ち「我々は—ヘルンベルクとの一致において—靜態的大いさからの平均は算術平均によつて、動態的大いさからの平均は幾何平均によつて表現されねばならないと云ふ事が出來る。[6]」

然らば何故靜態的大いさ(狀態現象)からの平均は算術平均であるのか？フラスケムパーはそれを次のやうな例で答へる。即ち、もしも十噸の小麥が百八十マルクで、他の十噸が二百マルクで販賣されるならば、平均價格は云ふ迄もなく百九十マルクである。蓋し、十噸が百八十マルクで、他の十噸が二百マルクで販賣されやうと、或ひは廿噸が百九十マルクで販賣されやうと、其の取引の總價値は同一だからである。

この場合には個別値の總效果を一定とし、相異る個別値を相互に等しい値で代置する事(所謂「代用機能」としての平均値)の「絶對的大いさ」の場合[7]が問題となつてゐるやうに解せられる。なほヘルンベルクが與へてゐる理由は別な算定目的を追ふかのごとくである。[8]

次ぎに、何故、動態的大いさ(變動現象)からの平均は幾何平均であるか？その理由は「二から四への相對的變動の歩みは四から八へのそれと正確に同じである。從つて四なる値は變動の動的觀點においては二と八の中央にあり、又二と八の平均である。[9]」からである。彼が例解してゐるところによれば、一つの大いさ、例へば特定商品の價格が一期間において二倍になり、　他の大いさ、他の商品の價格が八倍になつたとするならば、兩價格の中心的變動は $4(=\sqrt{2.8})$ であつて、$5\left(=\frac{2+8}{2}\right)$ ではない。蓋し、變動の效果、平均の變動にとつてではなく、恐らく然し平均的變動にとつて一つの大いさが二倍になり、他の大いさが八倍になつた事と双方の大いさが四倍になつ

6) P. Flaskämper, a. a. O. S. 164. Vgl. P. Hermberg, „Erwiderung“ (Weltw. Archiv 20. Bd.) S. 249.
7) P. Flaskämper, Logik der st. M. S. 387–8.
8) P. Hermberg, Die richtige Form......... S. 589–590.
Derselbe, Erwiderung. S. 249. Vgl. P. Flaskämper, Logik......... S. 390.
9) P. Flaskämper, Der Sinn der Indexzahlen. S. 154.

た事とは同じだからである。

なほ、幾何平均で算定されねばならぬ消極的な理由として算術平均の使用より生ずる四つのパラドクスがあげられてゐるが、それは(一)Aが0時點から1時點へ二倍となり、Bが同じ期間に半分になつた場合、その平均的變動は、事態關係の論理よりして當然0となるべき筈なのに、算術平均を適用すればそうはならない。(二)「基準轉換の吟味」に適合しない。(三)二つの時點の大いさが相互に他のものより大なる値となるが如き不合理な事態が出現する。(四)「挿入可能の吟味」に適合しない。といふ事なのであつて、幾何平均を使用すればかゝる不合理から免れるといふのである。

さきに、平均的變動の場合の算定目的についてのべたが、その目的に出發して相對的大いさの系列の上下の偏差を等しくせんとする場合、偏差は商であり、その有意味な總括方法は積であるから、幾何平均が正しいと云ふのが、「平均の論理」における論證である。[7]

五

フラスケムパーの指數理論は指數の形式的性質の問題を從來の如く、數理的にではなく、形式論理的に解明せんと企てた點で興味があり、部分的には示唆に富むものであるが、その所謂、事論理が社會科學の理論に基礎付けられざるものであつた結果、全體として見れば甚だ不滿足なものとなり終つてゐる。所謂同種性とは大量の同種性なのであらうか、數の同種性なのであらうか、所謂水準の規定はこれで充分なのであらうか、比率の平均は指數ならずとの主張は是認し得るであらうか、これに關聯して形式的吟味は無用であらうか、平均選擇の基準はこれで明瞭と云ひ得るであらうか?疑問は數多く殘されてゐるやうに思はれる。

7) P. Flaskämper, Logik .... S. 399-400.